

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ  
ШКОЛЬНИКОВ 2024/2025 УЧЕБНОГО ГОДА

по математике

Код/шифр участника

0	0	9					
---	---	---	--	--	--	--	--

Сидорин Артём Геннадьевич

(фамилия, имя, отчество)

11 "Б"

(класс обучения)

11

(класс участия)

Муниципальное общеобразовательное  
бюджетное учреждение «Локровская средняя  
общеобразовательная школа Октябрьского  
муниципального округа»

(полное наименование образовательной организации)

## Всероссийская олимпиада школьников по математике

## Муниципальный этап, 2024-2025 уч. год

## 11 класс

11.1. Пешеход, велосипедист и мотоциклист движутся по шоссе в одну сторону с постоянными скоростями. В тот момент, когда пешеход и велосипедист находились в одной точке, мотоциклист был на расстоянии 6 км позади них. В тот момент, когда мотоциклист догнал велосипедиста, пешеход отставал от них на 3 км. На сколько километров велосипедист обогнал пешехода в тот момент, когда пешехода настиг мотоциклист?

11.2. По окружности расставлено 10 чисел, каждое из которых равно модулю разности двух его соседей. Найдите все возможные наборы этих чисел.

11.3. Докажите, что существует бесконечно много чисел, не представимых в виде суммы трех квадратов.

11.4. Окружности  $O_1$  и  $O_2$  касаются друг друга внешним образом в точке  $A$ , отрезок  $AB$  – диаметр  $O_1$ . Длины отрезков, отсекаемых окружностями на некоторой прямой, проходящей через точку  $B$ , равны 2, 3 и 4 см, считая от точки  $B$ . Найдите радиусы этих окружностей.

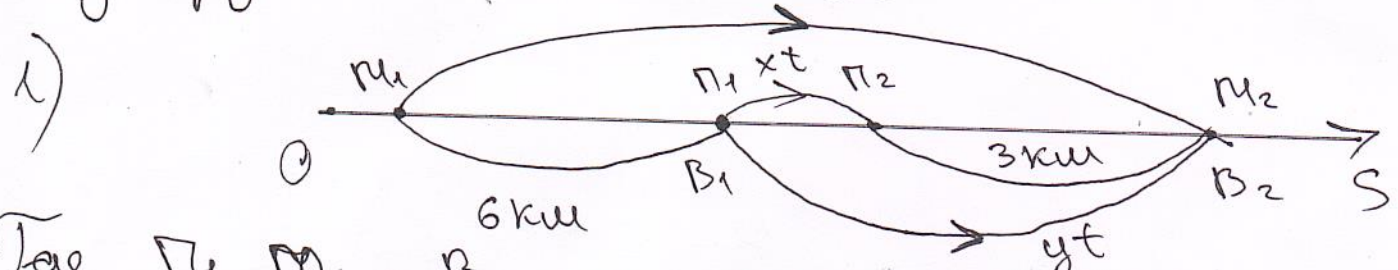
11.5. Маша позвала 9 своих друзей на день рождения и разрешила круглый торт на 10 одинаковых кусков-секторов. Оказалось, что на каждом куске есть по одной вишенке. Ребята договорились сложить все вишенки на какой-нибудь один кусок и отдать его Маше, но при этом перекладывая каждый раз только одну любую вишенку на соседний кусок. Получится ли у них сделать это ровно за 50 ходов?

Муниципальное общеобразовательное бюджетное учреждение «Покровская средняя общеобразовательная школа Октябрьского муниципального округа» (МОБУ Покровская СОШ) 692561, Приморский край, Октябрьский муниципальный округ с. Покровка, ул. Октябрьская, 8 Телефон/факс: 8(42344) 5-72-04 E-mail: pokr\_shkola@mail.ru

1. Пусть скорость пешехода равна  $x$  км/ед. времени  
 скорость велосипедиста равна  $y$  км/ед. времени  
 скорость мотоциклиста равна  $z$  км/ед. времени.

Пусть ситуация, в которой мотоциклист догоняет велосипедиста произошла через  $t$  (вр.) после того как велосипедист и пешеход были в одной точке.

Сведем все на ось  $OS$ ;



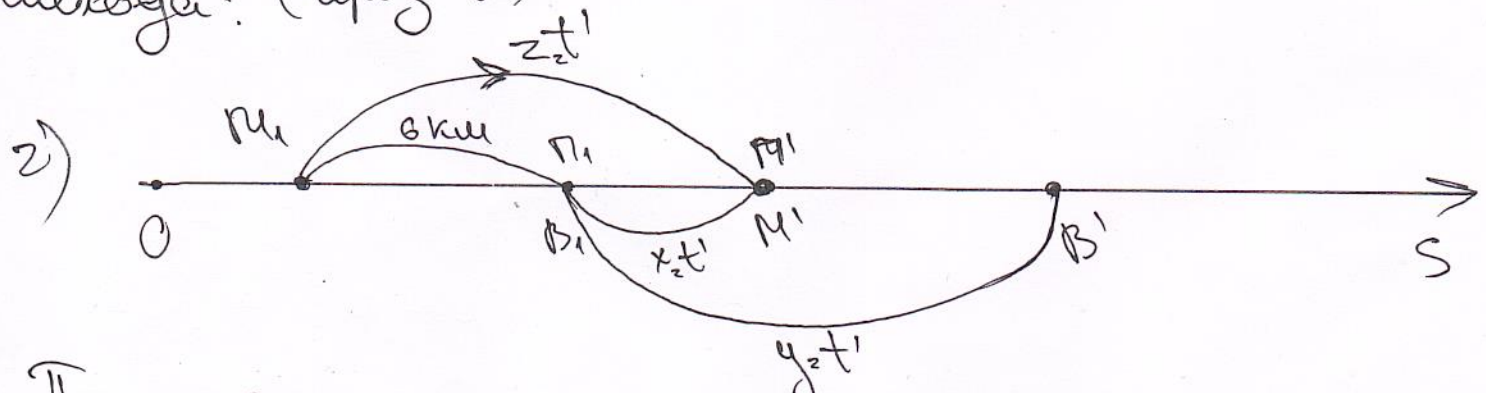
Тогда  $P_1, M_1$  и  $B_1$  - изначальное положение

$B_2, M_2$  и  $P_2$  - положение через  $t$

Составим уравнения пути, пройденных ими

$$\begin{cases} zt = 6 + xt \\ zt = 6 + yt \\ yt = xt + 3 \end{cases} \quad z = \frac{6 + xt}{t}$$

Второе положение, когда мотоциклист догоняет пешехода: (через  $t'$ )



По условию заданы скорости неизменно, так что  $x_2 = x$ ,  $y_2 = y$ ,  $z_2 = z$ .

Уравнение пути мотоциклиста:

$$z t' = 6 + x t'$$

Муниципальное общеобразовательное бюджетное учреждение «Покровская средняя общеобразовательная школа Октябрьского муниципального округа» (МОБУ Покровская СОШ) 692561, Приморский край, Октябрьский муниципальный округ с. Покровка, ул. Октябрьская, 8  
 Телефон/факс: 8(42344) 5-72-04  
 E-mail: pokr\_shkola@mail.ru

Замечка:

$$\frac{g+xt}{t} t' = 6 + xt'$$

$$\frac{g+xt}{t} = \frac{6+xt'}{t'}$$

( $t \neq 0$   $t' > 0$ )  
 в любом случае

~~$$gt' + xt't' = 6t + xt't'$$~~

$$\frac{t}{t'} = \frac{g}{6} = \frac{3}{2} \quad t = \frac{3t'}{2}$$

Если нужно найти расстояние велосипедиста до пешехода в этом случае, то есть

$(yt' - xt')$ , при этом

$$yt = xt + 3$$

Замечка

$$y \frac{3t'}{2} = x \frac{3t'}{2} + 3 \quad | \cdot 2 \quad | : 3$$

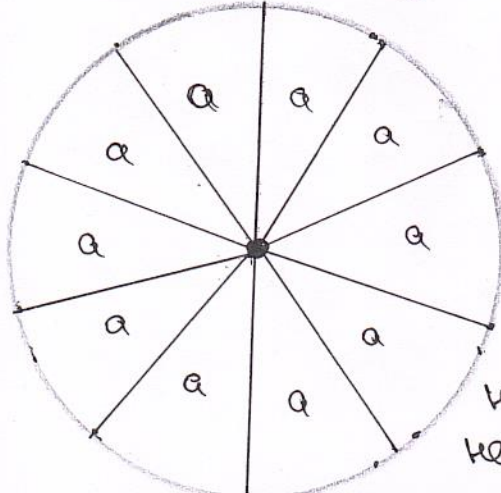
$$yt' = xt' + 2$$

$$yt' - xt' = 2$$

Ответ: 2 км

И.С. Нем.

Так как Маша разрезала торт на одинаковые секторы (10 штук), то они будут выглядеть так.



где a - вешенка.

Для того чтобы перейти с одного сектора на (последний) соседний, нужно совершить 1 ход. (всего 50) (50 : 2)

Для того чтобы переместить все вешенки на соседние от кустика Машин; всего необходимо 25 ходов.

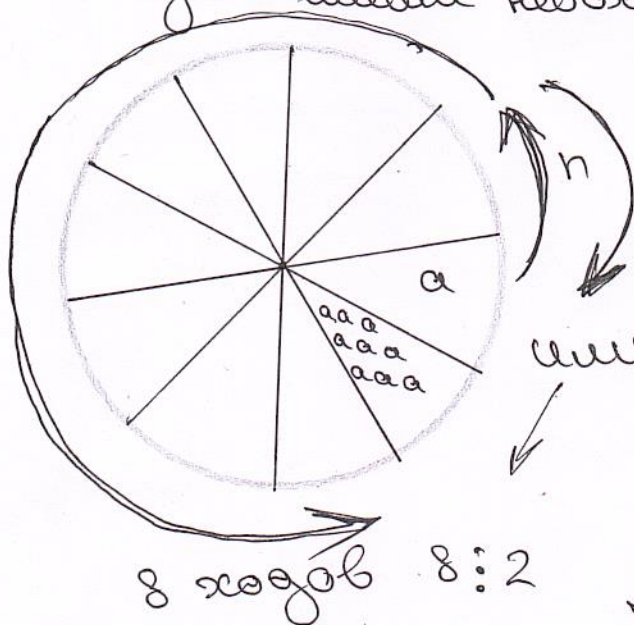
Муниципальное общеобразовательное  
бюджетное учреждение  
«Покровская средняя  
общеобразовательная школа  
Октябрьского муниципального округа»  
(МОБУ Покровская СОШ)  
692561, Приморский край,  
Октябрьский муниципальный округ  
с. Покровка, ул. Октябрьская, 8  
Телефон/факс: 8(42344) 5-72-04  
E-mail: pokr\_shkola@mail.ru

$$25 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 5$$

$$25 \div 2$$

Но есть, до того как поставите  
все вишенки на кусок машины, нужно  
совершить  $(50 - 25) \div 2$  или 25 ходов

Так как вишенки могут перемещаться только между  
соседними секторами, то чтобы вишенка вновь была  
около куска машины необходимо чётное число ходов:



$$= 2n \text{ ходов}$$

$$2n \div 2$$

или Так как необходимо  
совершить 25 ходов  $(25 \div 2)$ ,  
мы будем передвигаться по  
секторам, чем вишенки совершили  
чётное число ходов, но это невоз-  
можно. ЧМД

Ответ: нет.

11.3.

Рассмотрим  $(a^2 + b^2 + c^2)$ , но есть сумма 3 квадратов.

$$a^2 + b^2 + c^2 = d \quad d \geq 0, \text{ т.к. } a^2 \geq 0; b^2 \geq 0; c^2 \geq 0$$

Значит, сумма 3 положительных чисел (или нуле-  
но есть  $d \geq 0$ )

Существует бесконечное множество отрицательных  
чисел  $M \in (-\infty; 0)$ , Значит, суммой 3-ех квадратов  
или не можем представить бесконечное множество  
во  $M$ . ЧМД.

Муниципальное общеобразовательное  
бюджетное учреждение  
«Покровская средняя  
общеобразовательная школа  
Октябрьского муниципального округа»  
(МОБУ Покровская СОШ)  
692561, Приморский край,  
Октябрьский муниципальный округ  
с. Покровка, ул. Октябрьская, 8  
Телефон/факс: 8(42344) 5-72-04  
E-mail: pokr\_shkola@mail.ru  
№ \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

11.2. 1) Если все числа равны  
нулю, то условия выполняются,  
т.к.  $0 = 0 - 0$

1) Все числа - нули.  
(т.к. разность между числами  
равна самому числу)  
 $a = a \quad a \geq 0 \quad a = 0$

2) Так как числа (Пусть число равно  $a$ ) равны  
модулю разности 2-ух соседних, то  $a_2 = |a_3 - a_1|$ ;  
значит  $a \geq 0$ .

При этом не может быть множество чисел вида

$a_{10} > a_9 > a_8 \dots > a_1$ , т.к. тогда

$\begin{cases} a_1 \geq a_{10} - a_2 \\ a_2 \geq a_3 - a_1 \end{cases}$  (Условия не нули, т.к. поставлены  
условия)

$$a_2 \geq a_3 - a_{10} + a_2$$

$a_{10} = a_3$  - противоречит условию

Значит, числа неоднородны по монотонности.

Также  $a_n > 0$  (кроме 1-го случая)

Т.к. если мы имеем хоть 1 ноль, то числа  
принимают вид



Такого не может быть, т.к. в конечном счете мы  
получаем нулю чисел  $(0 \ 0 \ a)$ , при этом  $0 \neq a - 0$   
если  $a \neq 0$  (рассмотрен 1-ый случай)

Муниципальное общеобразовательное бюджетное учреждение «Покровская средняя общеобразовательная школа Октябрьского муниципального округа» (МОБУ Покровская СОШ) 692561, Приморский край, Октябрьский муниципальный округ с. Покровка, ул. Октябрьская, 8  
 Телефон/факс: 8(42344) 5-72-04  
 E-mail: pokr\_shkola@mail.ru

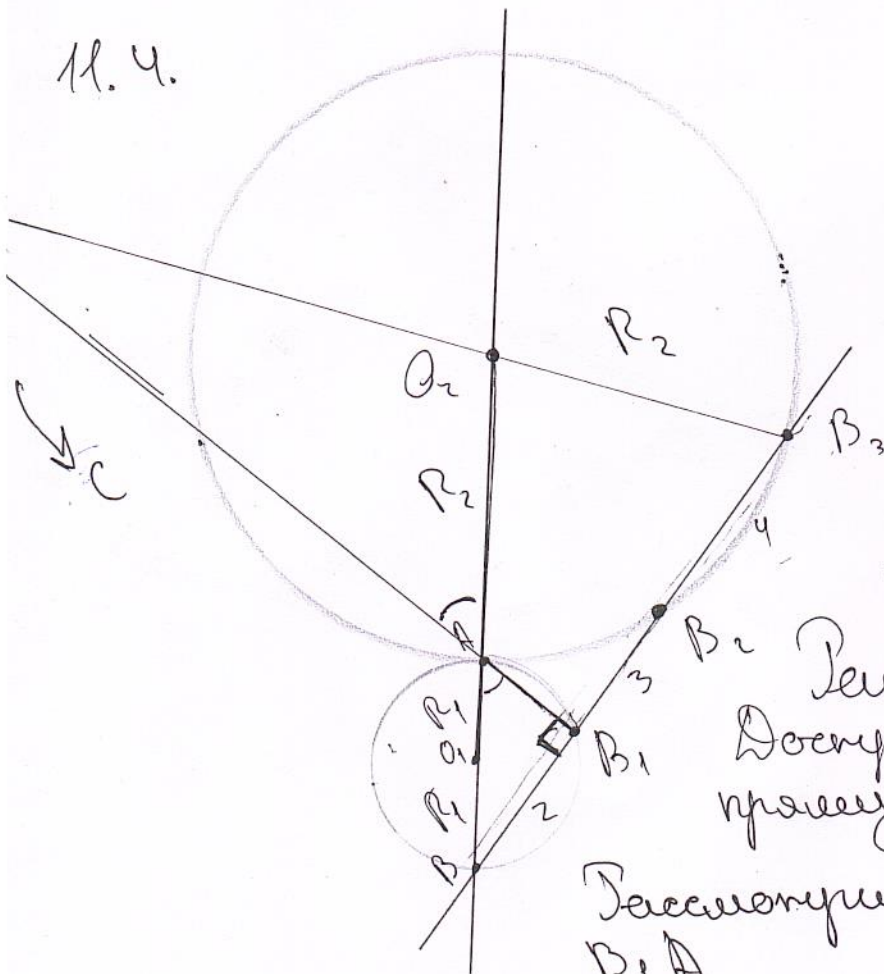
Также невозможно в повторные меся через 1 (то есть записи через месяц):

a b a b  
 a b a b  
 a b a b

Так как  $\begin{cases} a = b - b \\ b = a - a \end{cases} \quad \begin{matrix} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{matrix}$   
 $a \neq R \quad b \neq R$

Запись с помощью 3-х повторяющихся чисел подходящих условию  $|q|=a$ , т.к. всего 10 чисел (10/3) и 1-ое число "пройтки" будет повторено, что приведет к виду  $a = a - b ; b \neq 0$ , что невозможно.

11.4.



Дано:  $\omega_{O1}; \omega_{O2}$

AB - диаметр

$\omega_{O1}$

$BB_1 = 2$

$BB_2 = 3$

$BB_4 = 4$

$\omega_{O1} \cap \omega_{O2} = A$

Найти:  $R_1; R_2$

Решение:

Достроим прямую  $AB_1$  и прямую  $B_3O_2$ ; прямую  $AB_1$

Тассимотурии  $\triangle O_2BB_3$  и прямой  $B_1A$ .

$B_1A$  пересекает  $\triangle O_2BB_3$  в точках

и с.. По теореме Менелая  $\frac{B_3B_1}{BB_1} \cdot \frac{AB}{AO_2} \cdot \frac{O_2C}{B_3C} = 1$

6

Муниципальное общеобразовательное  
бюджетное учреждение  
«Покровская средняя  
общеобразовательная школа  
Октябрьского муниципального округа»  
(МОБУ Покровская СОШ)  
692561, Приморский край,  
Октябрьский муниципальный округ  
с. Покровка, ул. Октябрьская, 8  
Телефон/факс: 8(42344) 5-70-04  
E-mail: pokr\_shkola@mail.ru

№ \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

$$B_3 B_1 = 7 \quad (4+3)$$

$$B B_1 = 2 \text{ по уа,}$$

$$A B = 2 R_1$$

$$A O_2 = R_2$$

$$O_2 C = X$$

$$B_3 C = R_2 + X, \text{ по}$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{2 R_1}{R_2} \cdot \frac{X}{R_2 + X} = 1$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_2 + X}{7X}$$

$$\triangle B_1 C B_3 \text{ и } O_2 B$$

$$\frac{A B_1}{A C} \cdot \frac{X}{X + R_2} \cdot \frac{2}{3} = 1$$

$\angle A B_1 B = 90^\circ$  — центр на диаметре,

$$A B_1 = \sqrt{4 R_1^2 - 4}$$

При этом  $\angle B A B_1$  и  $O_2 A C$  равны (верн.)

Выразив неизвестную  $X$  через теорему косинусов  
и отрезки  $A C$  (теор. Птолемея) и  $A O_2 = R_2$ , найдем  
отношение радиусов и через теорему синусов в  $\triangle A B$   
 $R_1 \rightarrow R_2$  соответственно.

