

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

10.11 2023 г.

Сведения об участнике:

Фамилия Садохин

Имя Артём

Отчество Геннадьевич

Класс обучения 10

Образовательная организация Муниципальное общеобразовательное бюджетное учреждение Локровская средняя общеобразовательная школа Октябрьского муниципального округа

Подпись участника

ШИФР Участника: 004

\*Шифр заполняет координатор ВСОШ

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>1</u>	Лист <u>1/13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-09</u>
-----------------	------------------	-------	-----------	------	-------------

Заметим, что число  $n$  – двузначное.  
По есть в сумме от одного до  $n$   
( $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ ) обязательно будут все  
однозначные числа (цифры) от 1 до 9.

Также заметим, что сумма чисел  
до  $n+1$  оканчивается на 5, как и сумма  
чисел от одного до  $n$ . Заметим в бук-  
венном виде, где  $S$  – сумма:

$$S_n = \overline{\dots 5} \quad S_{n+(n+1)} = \overline{\dots 5}$$

По есть после того, как мы прибавили  
( $n+1$ ), к  $S_n$ , последняя цифра не изме-  
нялась. Из чего мы делаем вывод, что  
( $n+1$ ) : 10.

Найдём обязательную сумму цифр  
от 1 до 10 (не включая 10).

$$S_9 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Заметим, что в сумме они оканчи-  
ваются на 5. Так как ( $n+1$ ) : 10, то  
 $n$  оканчивается на цифру 9.

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача 1

Лист 2/13

Класс

10

Шифр

0-04

~~Но есть еще можно~~

Сумму чисел можно раскладывать рационально, но есть например:

$S_5 = (1+9) + (2+8) + \dots + 5$  - м.к. у 5 нет пар.

Каждый член суммы от 1 до 9 заканчивается 5.

Члены суммы, но есть от 1 до 9, от 11 до 19 и т.д.

Член 45 от суммы от 1 до 9 ( $S_9$ ), следующий член ( $S_{19}$ ) будет оканчиваться 0, м.к.  $5+5=10$ . (10 в цифре = 0)

Значит именно последний ( $S_{29}$ ) будет оканчиваться на 5. 29 оканчивается на 9. Сумма ( $S_{29}$ ) оканчивается на 5 и следующий член ( $n+1$ ) равен 30, а значит цифра не изменится.

Ответ: 29

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>2</u>	Лист <u>3/13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	------------------	-------	-----------	------	-------------

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \\ x \leq y \end{cases}$$

Заметим, что 15 раскладывается на простые числа.

$$15 = 1 \cdot 3 \cdot 5$$

Рассмотрим первый случай, при котором  $x = y$  ( $\frac{x}{y} = \frac{1}{1}$ )

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \\ x \leq y \end{cases}$$

$x \leq y$  - условие выполняется

Заметим

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1+1}{x} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{15}$$

$$x = 2 \cdot 15 = 30$$

$$x = y = 30 - \text{верно}$$

Заметим, что при сложении дробей знаменатели перекрываются (один из способов найти общее кратное)

При этом  $15 = 1 \cdot 3 \cdot 5$ .

Это значит, что отношение (пропорция)

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе \_\_\_\_\_

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«Шифр» участниками не заполняются

Задача <u>2</u>	Лист <u>4/13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	------------------	-------	-----------	------	-------------

между  $x$  и  $y$  будет равна отношению (пропорции) делителей 15, при условии, что один делитель меньше или равен другому. П.к. в случае с равными делителями  $x = y$ , но этот случай мы рассмотрим.

Все возможные варианты:

$\frac{1}{5}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{3}{5}$  и равные делители, что при отношении дают значение 1.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5y}{5} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

Заменим

$$\frac{1}{5y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{5}{5y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{6}{y} = \frac{1}{15} \quad y = 15 \cdot 6 = 90$$

$$x = \frac{90}{5} = 18$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \\ x = \frac{5y}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \\ \frac{3}{5y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \quad \frac{4}{y} = \frac{1}{15}$$

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи «шифр» участниками не заполняются

Задача <u>2</u>	Лист <u>5 / 13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	--------------------	-------	-----------	------	-------------

$$y = 15 \cdot 4 = 60 \quad x = \frac{60}{3} = 20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \\ x = \frac{3y}{5} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \\ \frac{5}{3y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{array} \right.$$

$$\frac{5+3}{3y} = \frac{1}{15} \quad \frac{8}{3y} = \frac{1}{15} \quad 3y = 8 \cdot \frac{15}{1}$$

$$y = 40 \quad x = \frac{40 \cdot 3}{5} = 24$$

Но есть ил ил ил ил пары:

(30; 30); (18; 90); (20; 60); (24; 40)  
 Ответ: (30; 30); (18; 90); (20; 60); (24; 40)

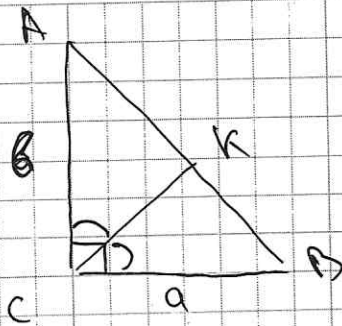
Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи «шифр» участниками не заполняются

Задача <u>3</u>	Лист <u>6 / 13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	--------------------	-------	-----------	------	-------------



Дано:  $\triangle ABC$  - прямоугол.  
 $\angle C = 90^\circ$   
 $CK$  - биссектриса.  
 $S = 18$   $CK = 4$

Найти:  $P_{ABC}$

Решение:

$CK$  - биссектриса  $\angle C$ , значит  $\angle ACK = \angle BCK = \frac{1}{2} \angle C$   
 $\angle C = 90^\circ$  - по условию:

$$\angle ACK = \angle BCK = 45^\circ$$

$$S_{ABC} = \frac{ab}{2} \quad (\text{Пусть } b = AC \quad a = BC)$$

$$S_{BCK} + S_{ACK} = S_{ABC}$$

$$S_{BCK} = \frac{a \cdot CK \cdot \sin \angle BCK}{2}$$

$$S_{ACK} = \frac{b \cdot CK \cdot \sin \angle ACK}{2}$$

$$\underbrace{S_{ABC} = 18 \quad CK = 4}_{\text{по условию}}$$

$$18 = \frac{ab}{2} \quad ab = 36$$

$$\# \frac{a \cdot 4 \cdot \sin 45^\circ}{2} + \frac{b \cdot 4 \cdot \sin 45^\circ}{2} = 18$$

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>3</u>	Лист <u>7/13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	------------------	-------	-----------	------	-------------

$$\begin{cases} ab = 36 \\ \frac{4a \cdot \sqrt{2}}{4} + \frac{4b \cdot \sqrt{2}}{4} = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2}a + \sqrt{2}b = 18 \\ a = \frac{36}{b} \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cdot 36}{b} + \sqrt{2}b = 18 \quad | \cdot b \quad 0 \neq 0 : b \neq 0$$

$$36\sqrt{2} + \sqrt{2}b^2 = 18b$$

$$\sqrt{2}b^2 - 18b + 36\sqrt{2} = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \quad D = (18)^2 - 4 \cdot \sqrt{2} \cdot 36\sqrt{2}$$

$$D = 324 - 288 = 36$$

$$b_1 = \frac{18 + 6}{2\sqrt{2}} = \frac{24}{2\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$b_2 = \frac{18 - 6}{2\sqrt{2}} = \frac{12}{2\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$a_1 = \frac{36}{6\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$a_2 = 6\sqrt{2}$$

Значит,  $AC = (6\sqrt{2})$  или  $(3\sqrt{2})$   
 $BC = (3\sqrt{2})$  или  $(6\sqrt{2})$   
 (взаимозаменяются)

$AB^2 = AC^2 + BC^2$  по теореме Пифагора

$$AB^2 = (6\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2$$



Министерство образования Приморского края Государственное автономное  
учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой  
институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по  
математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>3</u>	Лист <u>8</u> / <u>13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0 - 04</u>
-----------------	---------------------------	-------	-----------	------	---------------

$$AB^2 = 36 \cdot 2 + 9 \cdot 2 = 72 + 18 = 90$$

$$AB^2 = 90 \quad AB = \sqrt{90} = \sqrt{9 \cdot 10} = 3\sqrt{10}$$

$$P = AB + AC + BC = 3\sqrt{10} + 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2} + 3\sqrt{10}$$

Ответ:  $9\sqrt{2} + 3\sqrt{10}$

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи  
«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>4</u>	Лист <u>9/13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	------------------	-------	-----------	------	-------------

Заметим, что число 2023 – нечётное,  $2023 \neq 2$ . (~~Также 2023 является простым~~)  
Также заметим, что в блоке  $2 \times 2$  сумма равна нулю, но есть  $a+b+c+d=0$   
При этом  $|a|, |b|, |c|, |d| \leq 1$

a	b
c	d

III. к. число 2023 нечётное, но количество блоков обрывается на половине, но есть:

a	b	a
c	d	e
a	b	a

полный блок — неполный блок

Заметим, что если бы  $n$  количество клеток было чётным, то можно было бы заполнить всю таблицу полными блоками, что означает сумму клеток в таблице равной 0.

Но есть наибольшая сумма будет складываться из значений клеток не-

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняется

Задача <u>4</u>	Лист <u>10/13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	-------------------	-------	-----------	------	-------------

неразъемных блоков.

Для получения максимального значения мы хотим заполнить все клетки неразъемных блоков максимальными значениями, то есть 1.:

	1	2	3	4	5
1					1
2					1
3					1
4					1
5	1	1	1	1	1

Заполнение всех клеток неразъемных блоков (тех блоков, невозможна, т.к. при рассмотрении блоков при умножении

у нас не получается соблюдения условия блоков в колб.

Значит, нам нужно записать и проверить значения либо в строке, либо в столбце, тем самым, мы приходим к виду полка клеток с одинаковыми значениями.

Это удовлетворяет и условие задачи, т.к. блок  $2 \times 2$  в любом случае отвечает

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>4</u>	Лист <u>11</u> / <u>13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	----------------------------	-------	-----------	------	-------------

2 клетки одной «полосы» и (две) 2 клетки другой, имеющие значения 1 и -1 соответственно.

Мы получили:

1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1

сумма равна нулю

полоса клеток нечетных блоков, составляющих разность от нуля

П.к. мы имели таблицу  $2023 \times 2023$ , но полоса будет составлять 2023 клетки

Ответ: 2023

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>5</u>	Лист <u>12/13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	-------------------	-------	-----------	------	-------------

Рассмотрим множество  $y = p^2 + (2p-1)x + 2x^2$ ,

где  $p \in \mathbb{R}$  и упростим его

$$y = p^2 + 2px - x + 2x^2 \quad p^2 + 2px + x^2 = (p+x)^2$$

$$y = (p+x)^2 - x + x^2$$

$$y = (p+x)^2 + x(x-1)$$

Заметим, что  $(p+x)$  в квадрате (2 степень), что ~~означает~~ означает значение

$$(p+x)^2 \geq 0$$

При этом  $x(x-1)$  не имеет изменчивого показателя  $p$ , что выводит график в привлекательный вид.

$p \in (-\infty; \infty)$  исключая иррациональные числа, что означает, что к каждому  $x$  будет противоположен  $p$ . Значения, не обращаясь  $(p+x)$  в нуль являются множеством бесконечных точек возможных графиков функции  $y$ .

$x^2 - x$  или  $x(x-1)$  - парабола.

Найдем вид параболы (начертим её)

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

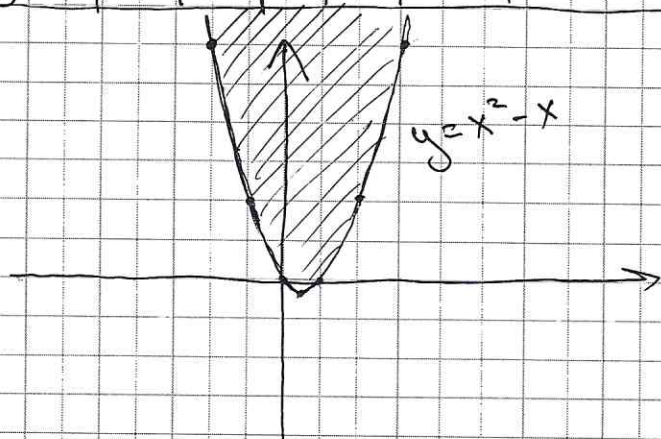
Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи  
«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>5</u>	Лист <u>13/13</u>	Класс	<u>10</u>	Шифр	<u>0-04</u>
-----------------	-------------------	-------	-----------	------	-------------

$$x_0 = \frac{-b}{2a} \quad x_0 = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$y_0 = (0,5)^2 - 0,5 = -0,25$$

x	1	2	3	-1	0	-2
y	0	2	6	2	0	6



При этом все значения внутри параболы могут быть записаны значениями  $P$ .  
Внутренняя часть параболы и сама параболы - это возможные значения  $x$  и  $y$  графиков множества  $Y$ .